

И.Р.Багдасарян,
А.М.Симонян

К ВОПРОСУ О СЦЕПЛЕНИИ АРМАТУРЫ С БЕТОНОМ

В работе исследуется распределение нормальных напряжений в арматуре и сдвигающих между арматурой и бетоном, при вытягивании арматуры из бетона. Принимается, что в процессе деформации поперечные сечения бетонного цилиндра приобретают конфигурацию конуса. Получены аналитические выражения для распределения напряжений в арматуре и сдвигающих напряжений по длине арматурного стержня. Приведены численные иллюстрации и показано, что распределения напряжений существенно зависят от радиуса бетонного цилиндра. Чем больше радиус цилиндра и чем меньше длина стержня, тем равномернее распределяется касательное напряжение по длине.

Ключевые слова: железобетон, арматура, сцепление, прочность, анкеровка.

Использование железобетонных конструкций связано с обеспечением сцепления арматуры с бетоном. В связи с этим арматурные стержни делают с периодическим профилем или с петлями, что содействует совместному деформированию арматуры и бетона. Для изучения сцепления обычно осуществляют испытания на выдергивание арматуры, заанкеренной в бетоне. Распределение касательных напряжений по длине заделанного стержня в бетон не является равномерным [1,2]. Вопросам определения зависимости касательных напряжений в контакте арматуры с бетоном посвящены работы [3-9]. В работе [3] даются уравнения осесимметричной пространственной теории упругости, решаемые численным методом на ЭЦВМ Минск 22 и приводятся схемы деформирования бетона при растяжении арматуры. В работе [4] задается нормальный закон сцепления. В работе [5] изучается деплантизация поперечного сечения бетонного цилиндра при вытягивании из него арматурного стержня. В работе [6] выводится формула зависимости касательного напряжения от продольной координаты заанкеренного стержня. В работе [7] форма зависимости напряжений сцепления принята через функции Бесселя. Учет реологических явлений в бетоне при вытягивании из него арматурного стержня предпринят в работе [8]. В основном же вопросы сцепления бетона с арматурой проводились на основе связи касательного напряжения и прочностных свойств бетона [9]. Вопрос влияния размеров бетонного цилиндра на вид распределения сцепления не ставился, хотя является очень существенным.

Настоящая работа посвящена определению напряжений сцепления по всей длине заанкеренного арматурного стержня в зависимости от упругих свойств и размеров арматуры и бетонного цилиндра. Предположим, что арматурный стержень с радиусом поперечного сечения R_a на длину l находится внутри бетона, представляемого в виде цилиндра с размером R_0 . Арматурный стержень вытягивается из бетона силой P . Очевидно, задача является осесимметрической. Начало отсчета координаты X вдоль оси арматурного стержня примем в точке O , совпадающей с концом стержня (рис. 1). Примем следующие два условия нормального напряжения σ_a в арматуре:

$$\sigma_a(x=0)=0, \quad \sigma_a(x=l)=\frac{P}{\pi R_a^2}. \quad (1)$$

Отсекая сечение, соответствующее координате X , (рис. 2) и рассматривая равновесие отсеченной части, получим

$$P(x) + 2\pi \int_{R_a}^{R_\sigma} \sigma_\sigma(x, r) r dr = P, \quad (2)$$

где $P(x)$ – растягивающее усилие в арматуре, соответствующее координате X .

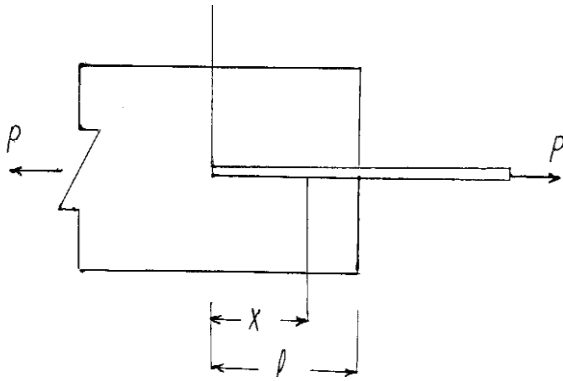


Рис. 1.

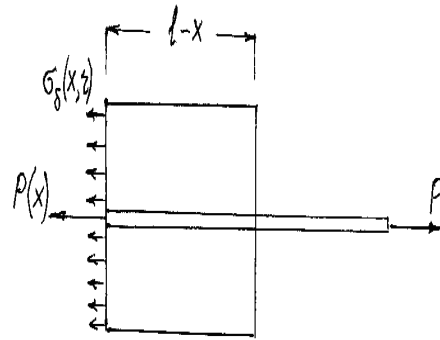


Рис.2.

$$P(x) = 2R_a^2 \sigma_a(x), \quad (3)$$

Введем величину усредненного по сечению напряжения в бетоне $\sigma_{\sigma.c.}(x)$, согласно

$$\pi(R_\sigma^2 - R_a^2) \sigma_{\sigma.c.}(x) = 2\pi \int_{R_a}^{R_\sigma} \sigma_\sigma(x, r) r dr. \quad (4)$$

Подставляя (3) и (4) в соотношение (2) и пренебрегая R_a по отношению к R_σ , получим

$$\pi R_a^2 \sigma_a(x) + \pi R_\sigma^2 \sigma_{\sigma.c.}(x) = P. \quad (5)$$

Предположим, что $\sigma_{\sigma.c.}(x)$ имеет место на окружности с радиусом a . Значение a , соответственно, зависит от распределения $\sigma_{\sigma.c.}(x, r)$ по поперечному сечению бетонного цилиндра. Положим, что это распределение имеет место по линейному закону:

$$\sigma_\sigma(x, r) = A(x) + B(x)r. \quad (6)$$

Подставляя (6) в соотношение (4) и учитывая $R_a \ll R_\sigma$, получим

$$\pi R_\sigma^2 [A(x) + B(x)a] = 2\pi \int_0^{R_\sigma} [A(x) + B(x)r] r dr,$$

откуда получим $a = \frac{2}{3} R_\sigma$.

Теперь рассмотрим равновесие элемента арматуры, отмеченного сечениями, соответственными x и $x + dx$ (рис.3), что дает

$$\left(\sigma_a(x) + \frac{\partial \sigma_a}{\partial x} dx \right) \pi R_a^2 - \sigma_a(x) \pi R_a^2 - \tau(x) 2\pi R_a dx = 0,$$

откуда

$$\tau(x) = \frac{R_a}{2} \frac{\partial \sigma_a(x)}{\partial x}. \quad (7)$$

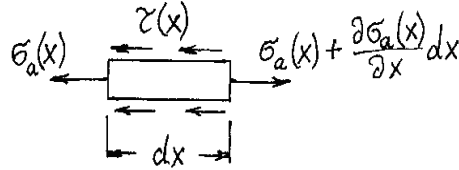


Рис.3.

Принимается также, что каждое поперечное сечение бетона в результате деформации принимает форму конуса, то есть γ_{rx} зависит только от x .

Обозначая $\gamma_{rx}(0) = C$, для произвольного сечения x , будем иметь

$$\gamma_{rx}(x) = C + \frac{1}{a} \int_0^x [\varepsilon_a(\xi) - \varepsilon_{\sigma.c.}(\xi)] d\xi, \quad (8)$$

иначе говоря, изменение угла наклона определяется отношением разницы горизонтальных смещений арматуры и бетона. Принимая, что материалы арматуры и бетона деформируются по упругому закону, соотношение (8) перепишем так:

$$\frac{\tau(x)}{G_{\sigma}} = \frac{1}{a} \int_0^x \left[\frac{\sigma_a(\xi)}{E_a} - \frac{\sigma_{\sigma.c.}(\xi)}{E_{\sigma}} \right] d\xi + C. \quad (9)$$

Дифференцируя (9) по X и используя (7) и (5), получим следующее дифференциальное уравнение относительно $\sigma_a(x)$:

$$\frac{R_a}{2G_{\sigma}} \cdot \frac{\partial^2 \sigma_a}{\partial x^2} - \left(\frac{1}{E_a} + \frac{R_a^2}{E_{\sigma} R_{\sigma}^2} \right) \frac{1}{a} \sigma_a(x) = - \frac{P}{a \pi R_{\sigma}^2 E_{\sigma}}. \quad (10)$$

Решая уравнение (10), получим

$$\sigma_a(x) = c_1 e^{\alpha x} + c_2 e^{-\alpha x} + \beta, \quad (11)$$

где c_1 и c_2 - постоянные, определяемые из краевых условий (1),

$$\alpha = \sqrt{\frac{R_{\sigma}^2 E_{\sigma} + R_a^2 E_a}{(1 + \mu_{\sigma}) a R_a R_{\sigma}^2 E_a}}, \quad \beta = \frac{E_a P}{\pi (R_{\sigma}^2 E_a + R_a^2 E_a)}, \quad (12)$$

где μ_{σ} - коэффициент Пуассона бетона, E_a и E_{σ} - модули упругости бетона и арматуры соответственно.

Подставляя (11) в краевые условия (1), получим

$$c_1 = \frac{\frac{P}{\pi R_a^2} - \beta(1 - e^{-\alpha l})}{e^{\alpha l} - e^{-\alpha l}}, \quad c_2 = -\frac{\frac{P}{\pi R_a^2} - \beta(1 - e^{\alpha l})}{e^{\alpha l} - e^{-\alpha l}}. \quad (13)$$

Используя также соотношение (7), получим окончательно следующие расчетные формулы для определения напряжений в арматуре и напряжений сдвига между арматурой и бетоном:

$$\sigma_a(x) = \frac{E_a P}{\pi(R_{\sigma}^2 E_{\sigma} + R_a^2 E_a)} \left[1 + \frac{(1 - e^{\alpha l})e^{-\alpha x} - (1 - e^{-\alpha l})e^{\alpha x}}{e^{\alpha l} - e^{-\alpha l}} \right] + \frac{P}{\pi R_a^2} \cdot \frac{e^{\alpha x} - e^{-\alpha x}}{e^{\alpha l} - e^{-\alpha l}},$$

$$\tau(x) = \frac{R_a a}{2\pi} \cdot \frac{P}{e^{\alpha l} - e^{-\alpha l}} \left\{ \frac{1}{R_a^2} (e^{\alpha x} + e^{-\alpha x}) - \frac{E_a}{R_{\sigma}^2 E_{\sigma} + R_a^2 E_a} \left[(1 - e^{\alpha l})e^{-\alpha x} - (1 - e^{-\alpha l})e^{\alpha x} \right] \right\}.$$

В нижеследующей таблице приводятся результаты расчета касательного напряжения в точках $x=0$, $x=l$ в зависимости от значений радиуса бетонного цилиндра R_{σ} и длины анкеровки l при

следующих данных: $R_a = 0,5 \text{ см}$, $E_a = 2 \cdot 10^6 \frac{\text{кгс}}{\text{см}^2}$, $E_{\sigma} = 2 \cdot 10^5 \frac{\text{кгс}}{\text{см}^2}$, $\mu_{\sigma} = 0,3$ в размерностях $\frac{P}{2\pi R_a l}$.

Таблица касательных напряжений $\tau \cdot \frac{2\pi R_a l}{P}$

$\begin{matrix} l, \text{см} \\ R_{\sigma}, \text{см} \end{matrix}$	10	20	40	100
10	0,71 1,643	0,306 2,980	0,0316 5,928	$1,085 \cdot 10^{-5}$ 148,2
20	0,838 1,341	0,522 2,160	0,1268 4,158	$5,8 \cdot 10^{-4}$ 10,48
50	0,930 1,141	0,756 1,527	0,376 2,678	0,0175 6,63
100	0,9636 1,071	0,867 1,277	0,588 1,964	0,086 4,688
200	0,982 1,036	0,930 1,142	0,758 1,526	0,242 3,32
500	0,993 1,0149	0,971 1,058	0,892 1,224	0,523 2,160

Выбранная размерность позволяет сравнивать значения при различных комбинациях R_{σ} и l , причем равномерное распределение касательных напряжений соответствует единице.

Верхние значения таблицы соответствуют $\tau(0)$, нижнее - $\tau(l)$.

Из данных таблицы можно заключить, что касательные напряжения распределяются тем равномернее, чем больше поперечный размер бетонного цилиндра R_0 и чем меньше длина заанкеривания арматурного стержня. Формулы (14) с обозначением (12) позволяют рассчитать напряжения в арматуре и напряжения сцепления по длине.

Ի.Ռ.Բաղդասարյան,
Ա.Մ.Սիմոնյան

ԱՄՐԱՆԸ ԲԵՏՈՆԻ ՀԵՏ ՇԱՂԿԱՊԵԼՈՒ ՀԱՐՑԻ ՄԱՍԻՆ

Աշխատանքում դիտարկվում է ամրանի մեջ առաջացած նորմալ լարումների և ամրանի ու բետոնի միջև առաջացած շոշափող լարումների բախշումը՝ բետոնից ամրանը դուրս քաշելու ժամանակ: Ընդունվում է, որ դեֆորմացման ժամանակ բետոնի գլանի լայնական կտրվածքները ստանում են կոնի ձև: Ստացված են անալիտիկ արտահայտություններ ամրաններում առաջացած նորմալ լարումները, կոնտակտային շոշափող և սահքի լարումները ձողի երկարությամբ բաշխելու համար: Բերված են թվային օրինակներ և ցույց է տրված, որ լարումների բաշխումը էապես կախված է բետոնի կոնի շառավղի մեծությունից: Ինչքան գլանի շառավիղը մեծ է և փոքր է ձողի երկարությունը, այդքան ավելի հավասարաչափ են բաշխված շոշափող լարումները՝ ըստ ձողի երկարության:

Առանցքային բառեր. երկաթբետոն, ամրան, շաղկապում, ամրություն, խաբսխավորում:

I.R.Baghdasaryan,
A.M.Simonyan

ON ISSUE OF REINFORCING STEEL JUNCTION WITH CONCRETE

The distribution of normal stresses in steel and shear stresses between reinforcing steel and concrete is analyzed at the tension of steel pivot from concrete. It is suggested that in the process of tension the concrete cross-section turn into cones. The analytical formulas are obtained for distribution of stresses in steel and shear stresses along reinforcing cylinder. The numerical illustrations are presented and it is shown that the distribution of stresses depends on concrete cylinder radius considerably. The more the radius of concrete cylinder and the less the pivot length, the more even is the distribution of shear stress along length.

Key words: concrete, reinforcement, adhesion, strength, anchorage.

Литература

1. **Изотов Ю. Л.** Анкеровка арматуры в бетоне призм. Сообщение 2// Сцепление арматуры с бетоном. Челябинск, 1968. С. 6-7.
2. **Карпенко Н.И., Суданов Г.Н.** О задаче сцепления арматурного стержня с цилиндрическим бетонным образцом// Сцепление арматуры с бетоном. М., 1971. С.31-39.
3. **Кельнер В.М.** Деплантация поверхности бетона в центрально армированных железобетонных элементах при осевом приложении нагрузки// Сцепление арматуры с бетоном. М., 1971. С.54-61.

4. **Оатул А.А., Цехмистров В. М., Кутин Ю.Ф., Квашенко Ю.А., Пасешник В.В., Пыльнева Т.М.** Предложения по построению технической теории сцепления арматуры с бетоном// Сб. научных трудов № 56. Челябинск, 1968. С. 5-24.
5. **Сахновский К.В.** Железобетонные конструкции. М.: Госстройиздат, 1960. 840 с.
6. **Симонов М.З.** Бетон и железобетон на пористых заполнителях. М.: Госстрой, 1955. 255 с.
7. **Тевелев Ю.А.** К вопросу расчета на сцепление при переменном законе сцепления по длине заделки арматуры// Сцепление арматуры с бетоном. Челябинск, 1968. С.34-35.
8. **Халмянский М.М.** О применении закона сцепления при исследовании механического взаимодействия арматуры периодического профиля с бетоном// Сцепление арматуры с бетоном. М., 1971. С.31-39.
9. **Шакарян Л.С.** Прочность сцепления стержневой арматуры с легкими бетонами марки 50-400// Сцепление арматуры с бетоном. М., 1971. С.112-118.

Բաղդասարյան Իրինա Ռոբերտի (ԼՂՀ, ք. Ստեփանակերտ)-Արցախի պետական համալսարան, ավագ դասախոս, բջջ. (097)299093, (047)948495; **Միմոնյան Արեգ Միքայելի, ս.գ.դ, պրոֆ.** (ՀՀ, ք.Երևան) ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտի տնօրէն զին. աշխատող հեն. (010) 52-75-39, բջջ. (093)- 45-70-86, e-mail: Simonyanareg@mail.ru

Багдасарян Ирина Робертовна (НКР, г.Степанакерт) - ГУА, старший преподаватель, моб.: (097)299093; (047)948495. **Симонян Арег Михайлович, д.т.н, проф.** (РА, г.Ереван) вед. научный сотрудник Института механики НАН РА, тел. (010) 52-75-39, моб: (093)- 45-70-86, e-mail: Simonyanareg@mail.ru

Baghdasaryan Irina Robert (NKR, Stepenakert)-Artsakh State University, senior lecturer, cell phone:(097)299093;(047)948495 **Simonyan Areg Michailovich, doctor of sciences (engineering), professor** (RA, Yerevan) NAS RA, Institute of Mechanics, senior scientific worker, tel: 52-75-39, cell: (093) 45-70-86, E-mail: Simonyanareg@mail.ru

Ներկայացվել է՝ 04.02.2013թ.

Ընդունվել է տպագրության՝ 28.03.2013թ.